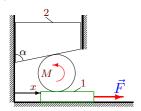
# Уравнение Лагранжа (для экзаменов)

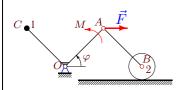
*Кирсанов М.Н.* **Решебник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 384 с. (с. 300.)

## **З**адача 30.1



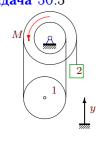
Цилиндр радиусом R прижимается скошенным прессом (призмой) к пластине, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса пластины  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент M, к пластине — горизонтальная сила F. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пластины x.

#### **З**адача 30.2



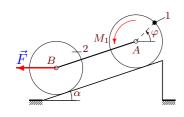
Стержни OC и OA жестко скреплены под углом  $90^{\circ}$ . В точке C расположена масса  $m_1$ . Масса цилиндра —  $m_2$ . К стержню OA приложен момент M. На шарнир A действует сила F. OA = OC = AB = a. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

## **З**адача 30.3



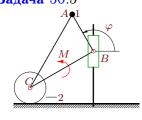
Нить, навитая на внутренний (радиус r) и внешний (радиус R) ободы невесомого блока, огибает цилиндр с подвижной осью. Масса цилиндра  $m_1$ , радиус (R+r)/2, нити вертикальные. К свободному концу нити подвешен груз массой  $m_2$ . Момент M приложен к блоку. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять высоту оси цилиндра y.

#### Задача 30.4



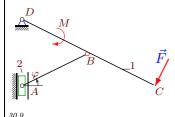
Два цилиндра катятся по плоскости, наклоненной под углом  $\alpha$ . Точка массой  $m_1$  расположена на ободе невесомого цилиндра A радиусом R. К оси цилиндра B радиусом R массой  $m_2$  приложена горизонтальная сила F. Цилиндры соединены невесомым стержнем длины L. Момент  $M_1$  приложен к цилиндру A. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота  $\varphi$  цилиндра A.

## **Задача** 30.5



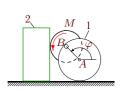
Треугольная пластина шарнирно прикреплена к муфте, скользящей по вертикальной направляющей, и диску радиусом R. Масса точки на вершине A равна  $m_1$ , масса диска —  $m_2$ . AB=a, BC=b,  $AB\perp BC$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.9



Стержень CD массой  $m_1$  и стержень AB шарнирно соединены. AB=BC=BD=a. Масса ползуна, скользящего по вертикальной плоскости, равна  $m_2$ . К стержню CD приложен момент M; сила F перпендикулярна CD. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

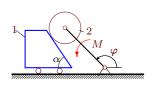
#### **Задача** 30.7



На ободе диска A радиусом R массы  $m_1$  шарнирно закреплен диск B радиусом r. Диск A катится по горизонтальной поверхности, диск B — по боковой поверхности груза массой  $m_2$ , скользящего по горизонтальной поверхности. К диску B приложен момент M. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска  $A \varphi$ .

30.9

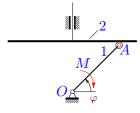
#### Задача 30.8



Груз массой  $m_1$  движется на невесомых подшипниках по горизонтальной плоскости. По боковой поверхности груза катится диск радиусом r, закрепленный на стержне длиной 4r. К стержню приложен момент M. Масса диска  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

30.9

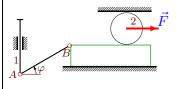
#### Задача 30.9



Кривошип OA=a массой  $m_1$  приводит в движение вертикально движущийся поршень массой  $m_2$ . Колесико A катается без сопротивления и без отрыва по нижней поверхности поршня. Размерами колесика пренебречь. Момент M приложен к OA. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

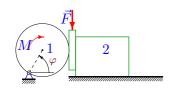
30.9

#### Задача 30.10

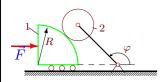


Стержень AB=a соединяет вертикальный поршень массой  $m_1$  и горизонтально движущийся брусок. Цилиндр радиуса R массой  $m_2$  катится по бруску и горизонтальной поверхности. К оси цилиндра приложена горизонтальная сила F. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

## **Задача** 30.11



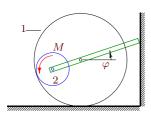
Цилиндр радиусом R массы  $m_1$ , вращаясь вокруг оси, проходящей через его обод, находится в зацеплении с тонкой пластиной. Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска массы  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .



Груз массой  $m_1$  движется на невесомых подшипниках по горизонтальной плоскости. По боковой цилиндрической поверхности груза радиусом R=4r катится диск радиусом r, закрепленный на стержне длиной 5r. К грузу приложена сила F. Масса диска  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

30.9

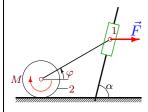
#### Задача 30.13



На оси обода радиусом R массой  $m_1$  шарнирно закреплен стержень длиной L, скользящий одним концом по вертикальной плоскости. На другом конце стержня шарнирно закреплен диск радиусом r, катящийся по внутренней поверхности обода. К диску приложен момент M. Качение обода по горизонтальной плоскости происходит без проскальзывания. Масса диска  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

30.9

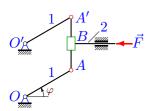
#### Задача 30.14



Муфта массой  $m_1$ , скользящая по направляющей, наклоненной под углом  $\alpha$ , шарнирно соединена невесомым стержнем с диском массой  $m_2$  радиусом R. К диску приложен момент M, к муфте — горизонтальная сила F. Длина стержня a. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.9

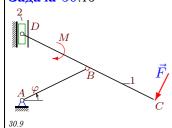
#### Задача 30.15



Шарнирный параллелограмм состоит из стержней OA, A'O' массой  $m_1$  каждый и невесомого стержня AA'. К штоку приложена сила F. Общая масса муфты B и горизонтально движущегося штока равна  $m_2$ ; OA = O'A' = a. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

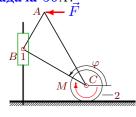
30.9

#### Задача 30.16

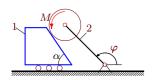


Стержень CD массой  $m_1$  и стержень AB шарнирно соединены. AB=BC=BD=a. Масса ползуна, скользящего по вертикальной плоскости, равна  $m_2$ . К стержню CD приложен момент M; сила F перпендикулярна CD. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

Задача 30.17

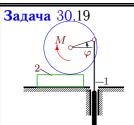


Треугольная пластина шарнирно прикреплена к муфте, скользящей по вертикальной направляющей, и диску радиусом R. Масса ползуна  $m_1$ , диска —  $m_2$ . AB=a, BC=b,  $AB\perp BC$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .



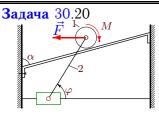
Груз массой  $m_1$  движется на невесомых подшипниках по горизонтальной плоскости. По боковой поверхности груза катится диск радиусом r, закрепленный на стержне длиной 5r. К диску приложен момент M. Масса стержня  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

30.9



Вертикально движущийся поршень массой  $m_1$  закреплен шарнирно на ободе диска радиусом R. Диск без проскальзывания катится по пластине, лежащей на гладкой плоскости. К диску приложен момент M. Масса пластины  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска  $\varphi$ .

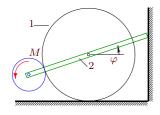
30.9



Диск массой  $m_1$  радиусом R катится по наклонной балке. Стержень длиной L соединяет муфту, скользящую по горизонтальной направляющей, с осью диска. Момент M приложен к диску, сила F — к оси диска. Масса стержня  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.9

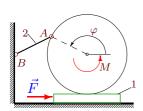
## Задача 30.21



На оси цилиндра радиусом R массой  $m_1$  шарнирно закреплен стержень длиной L, скользящий одним концом по вертикальной плоскости. На другом конце стержня шарнирно закреплен диск радиусом r, катящийся по внешней поверхности цилиндра. К диску приложен момент M. Качение цилиндра по горизонтальной плоскости происходит без проскальзывания. Масса стержня  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

30.9

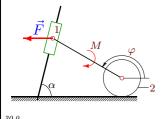
### Задача 30.22



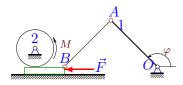
Точка A обода диска радиусом R соединена стержнем длиной R с неподвижным шарниром B, расположенным на одной высоте с центром диска. Диск катится без проскальзывания по пластине, расположенной на гладком основании. Масса пластины  $m_1$ , масса стержня —  $m_2$ . Момент M приложен к диску, горизонтальная сила F — к пластине. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска  $\varphi$ .

30.9

## **З**адача 30.23



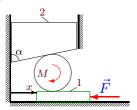
Муфта массой  $m_1$ , скользящая по направляющей, наклоненной под углом  $\alpha$ , шарнирно соединена невесомым стержнем с диском массой  $m_2$  радиусом R. К стержню приложен момент M, к муфте — горизонтальная сила F. Длина стержня a. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .



Тонкий брусок скользит по горизонтальной поверхности и приводит в движение цилиндр. Масса кривошипа  $OA-m_1$ , масса цилиндра радиусом  $R-m_2$ . К бруску приложена горизонтальная сила  $F.\ AO=AB=a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.9

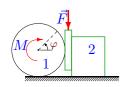
## **З**адача 30.25



Цилиндр радиусом R прижимается скошенным прессом (призмой) к пластине, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса пластины  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент M, к пластине — горизонтальная сила F. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пластины x.

30.9

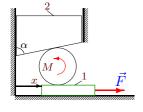
#### Задача 30.26



Цилиндр радиусом R массы  $m_1$  катится по горизонтальной поверхности и находится в зацеплении с тонкой пластиной. Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска массы  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.9

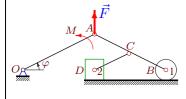
## **З**адача 30.27



Цилиндр радиусом R прижимается скошенным прессом (призмой) к пластине, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса пластины  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент M, к пластине — горизонтальная сила F. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пластины x.

30 0

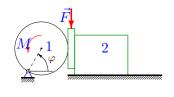
#### **З**адача 30.28



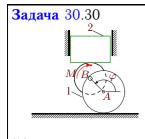
К стержню OA шарнирного механизма приложен момент M, к шарниру A – вертикальная сила F. Масса цилиндра  $m_1$ , бруска —  $m_2$ ; AO=AB=2a, AC=CD=a. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.9

#### Задача 30.29



Цилиндр радиусом R массы  $m_1$ , вращаясь вокруг оси, проходящей через его обод, находится в зацеплении с тонкой пластиной. Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска массы  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .



На ободе диска A радиусом R массы  $m_1$  шарнирно закреплен диск B радиусом r. Диск A катится по горизонтальной поверхности, диск B — по нижней поверхности вертикально перемещающегося поршня массой  $m_2$ . К диску B приложен момент M. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска A  $\varphi$ .